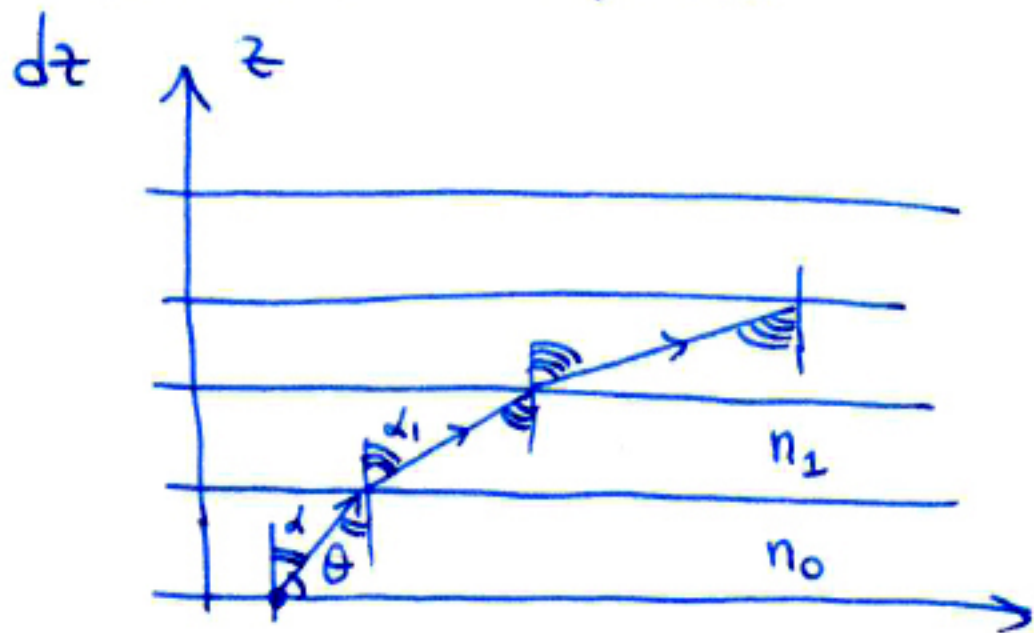


a) разобьем среду на тонкие слои толщиной  $dz$



4.30. Свет распространяется в неоднородной среде с показателем преломления  $n$ , который зависит от высоты  $z > 0$  по закону  $n = n_0 / (1 + bz/n_0)$ , где  $n_0$  и  $b$  – заданные константы. Для луча света, испущенного под углом  $\theta$  к горизонту с поверхности ли, найдите: а) под каким углом свет распространяется на высоте  $z$ ; б) радиус дуги окружности, по которой распространяется свет. Угол  $\theta$  не слишком большой, так что  $n$  все время остается больше 1. (14)

$\alpha$  – угол падения  
 $\theta$  – угол к горизонту

$$n_0 \sin(\theta_0 - \theta) = n_1 \sin \alpha_1(z)$$

$$n_1 \sin \alpha_1 = n_2 \sin \alpha_2$$

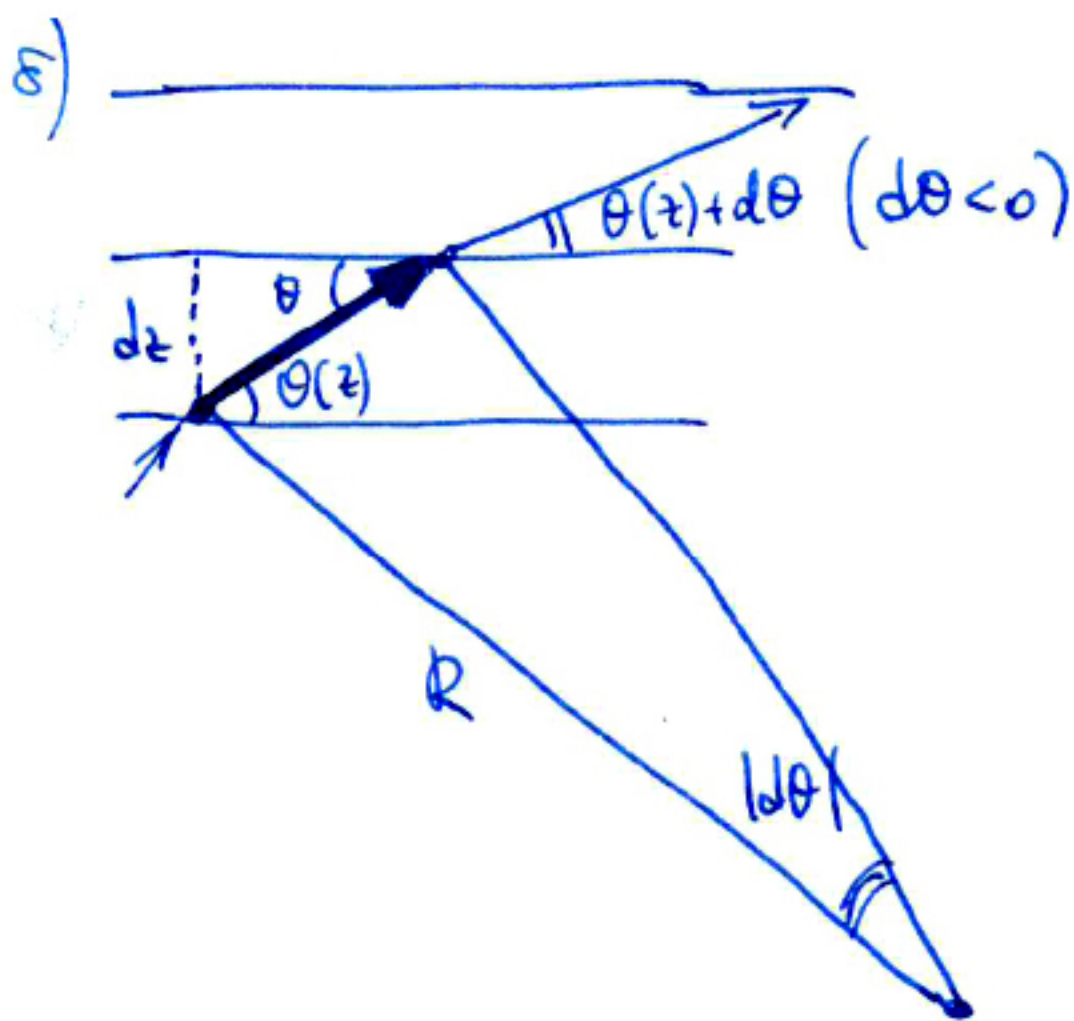
...

$$= n(z) \sin \alpha(z)$$

т.е.,

$$n_0 \cos \theta = n(z) \cdot \cos \theta(z)$$

$$\Rightarrow \theta(z) = \arccos \left( \frac{n_0 \cos \theta}{n(z)} \right) = \arccos \left( \cos \theta \cdot \left( 1 + \frac{bz}{n_0} \right) \right)$$



Из рис,  $R |d\theta| = \frac{dz}{\sin \theta} \Rightarrow$

$$R \left| \frac{d\theta}{dz} \right| = \frac{1}{\sin \theta(z)}$$

т.е.  $n(z) \cdot \cos \theta(z) = \text{const}$ , то  $(n \cdot \cos \theta)' = 0$ , т.е.

$$\frac{dn}{dz} \cdot \cos \theta(z) - n(z) \sin \theta(z) \frac{d\theta}{dz} = 0$$

$$\frac{d\theta}{dz} = \left( \frac{dn}{dz} \right) \cdot \frac{\cos \theta(z)}{\sin \theta(z)} \cdot \frac{1}{n(z)}$$

Найдём

$$\frac{dn}{dz} = \frac{d}{dz} \left( \frac{n_0}{1 + \frac{bz}{n_0}} \right) = - \frac{n_0}{\left( 1 + \frac{bz}{n_0} \right)^2} \cdot \left( \frac{b}{n_0} \right) = - \frac{b n_0}{\left( 1 + \frac{bz}{n_0} \right)^2} = - \frac{b n^2(z)}{n_0^2}$$

$$R = \frac{1}{\left| \frac{d\theta}{dz} \right| \cdot \sin \theta(z)} = \frac{1}{\frac{b n^2(z)}{n_0^2} \cdot \frac{\cos \theta(z)}{\sin \theta(z)} \cdot \frac{1}{n(z)}} = \frac{n_0^2}{b n(z) \cdot \cos \theta(z)} = \frac{n_0}{b \cdot \cos \theta}$$